JOSE M.ª SUMPSI

Modelos intersectoriales para calcular la incidencia de la política de precios agrarios en el proceso inflacionista

INTRODUCCION

Uno de los problemas más importantes para la Política Económico de cualquier país, es el de la repercusión del incremento de los precios de un sector sobre los precios de los otros sectores. En realidad este problema no es otro que el de la inflación de costos en una economía, considerando desde un enfoque ciertamente parcial.

En particular la Política de precios agrarios, que generalmente implica una tendencia alcista generalizada en dichos precios, ha sido discutida con frecuencia, debido a las diversas opiniones sobre la ponderación de sus efectos positivos y negativos en los distintos sectores económicos y sobre el conjunto de la economía en general.

En España la mayoría de los estudios para el cálculo de las repercusiones de las alzas de los precios agrarios en el coste de la vida, parten de una simple cuenta de costes de dudosa significación. Pero aún admitiendo la fidelidad de esas cuentas que corrientemente se manejan, es imposible llegar mediante ellas a un análisis riguroso del problema de las repercusiones de precios. En efecto, podrá conseguirse como máximo la estimación de las repercusiones directas de la subida de los precios de un sector sobre los precios de los restantes sectores, o de modo más general sobre el incremento del coste de la vida. Sin embargo, tales análisis no pueden abordar el estudio de las repercusiones indirectas, ya que no tienen en cuenta el extenso tejido de interrelaciones entre los distintos sectores económicos.

La única técnica operativa capaz de superar esta dificultad y llegar a unas conclusiones más precisas sobre el fenómeno de las repercusiones directas e indirectas de precios, es la técnica input-output.

El modelo input-output tiene una serie de limitaciones que pueden introducir desviaciones en los resultados, obteniéndose unos incrementos de precios menores de los que de hecho se derivarían de la inflación de costes. Una de ellas es la naturaleza estática del modelo. En efecto, después de las primeras repercusiones sobre precios, éstas volverán a incidir en nuevas repercusiones sobre precios y así sucesivamente. Esta limitación se ha intentado paliar dinamizando parcialmente el modelo para estudiar el fenómeno de la inflación en espiral.

Otra limitación importante es que las variaciones del valor añadido de los sectores que no incrementan exógenamente sus precios, no pueden introducirse como variables a determinar por el modelo, y por tanto el valor añadido para estos sectores se considera fijo, lo cual supondrá lógicamente que las repercusiones que así se calculen sean menores de las que en realidad deberían producirse. Sin embargo esta limitación se ha superado en cierta medida mediante dos modificaciones. En primer lugar estableciendo un conjunto de hipótesis acerca de la variación de algunos componentes del valor añadido considerados como una proporción fija del precio del sector. En segundo lugar definiendo la variante sistema semiabierto que introduce en la matriz de interrelaciones el sector unidades familiares y por tanto la componente salarial del valor añadido.

Por último está el problema de la propia validez de las hipótesis básicas del modelo input-output. En este sentido cabe decir que todo modelo teórico supone una notable abstracción de la realidad por lo que los resultados que se obtengan de su aplicación pueden discrepar más o menos de dicha realidad. La validez de un modelo depende de la bondad de ajuste entre resultados teóricos y empíricos, y desde esta perspectiva el modelo input-output debe considerarse aceptable.

El objetivo de este trabajo consistirá en desarrollar, a partir del sistema input-output, una serie de modelos y derivar las fórmulas para el cálculo de la repercusión del incremento de los precios del sector agrario sobre los precios de los restantes sectores de la economía y sobre el coste de la vida.

I. VARIANTE SISTEMA ABIERTO

1. *Hipótesis de la variante sistema abierto*

Las hipótesis que introducimos a continuación son específicas de la variante del sistema abierto, y no deben confundirse con las hipótesis básicas del modelo input-output, que damos por supuestas.

HIPOTESIS A

El aumento de los precios del sector agrario P_1 repercute en los precios de todos los restantes sectores de la Economía.
(P_i, $i = 2, 3, \ldots n$)

HIPOTESIS B

El aumento de los precios del sector agrario sólo se produce una vez y exógenamente.

Es decir que los aumentos que se producirán en los restantes sectores no se supone que incidirán en los precios del sector agrario. Por consiguiente el esquema según el cual funciona el modelo es el típico causa efecto y sólo en una dirección y no en las dos (feed-back).

Sería:

Precios agrarios ——————→ Restantes precios

en lugar de:

Restantes precios ←—————— Precios agrarios

HIPOTESIS C

El estado de los mercados para cada sector así como la política monetaria no impide la subida de los precios en los distintos sectores.

Es evidente que esta hipótesis para algunos sectores no es exacta y que sería necesario introducir en el modelo la distorsión que puede producir ciertas regulaciones de mercados o bien medidas de política monetaria para frenar la inflación. Sin embargo esto exigiría rebasar el marco del modelo input-output.

HIPOTESIS D

Como consecuencia de la variación exógena del precio del sector 1, (P_1) el valor añadido de dicho sector sufrirá una variación que el modelo determinará endógenamente.

Veamos ahora como trataríamos el problema del valor añadido de los restantes sectores. Es evidente que al variar el sistema de precios no sólo se modificará el valor añadido del sector 1, sino que también variará el de los otros sectores 2, 3 … n.

Sin embargo, como el modelo no puede determinar estas variaciones, pues el sistema tendría entonces más incógnitas que ecuaciones, sólo caben dos posibilidades: una, suponer que el valor añadido del sector i (i = 2, 3 ... n) no variará, y otra, alguna hipótesis acerca de la variación de alguno de los componentes del valor añadido de los sectores 2, 3 ... n. Parece quizá más interesante la segunda posibilidad que será la que seguiremos aquí.

HIPOTESIS E

La remuneración en valor absoluto de los factores trabajo (T_iW_i) *y capital* ($C_i\,P_{ci}$) *del sector i no variarán al variar P_i ($i = 2, 3 \ldots n$). Los impuestos directos están incluidos en las correspondientes rentas de trabajo y de capital* (T_iW_i y C_iP_i *respectivamente).*

Esta hipótesis es poco real pero viene impuesta por la necesidad, antes expuesta de limitar el número de variables de acuerdo con el número de ellas que el modelo puede determinar.

HIPOTESIS F

Los impuestos indirectos del sector i, (H_{Ii}) *son proporcionales al precio de dicho sector, y por consiguiente* H_{Ii} *variará en la misma proporción en que lo hace P_i. ($i = 2, 3 \ldots n$)*

La hipótesis F que afecta al conjunto de los impuestos indirectos, es bastante admisible para España ya que los principales impuestos indirectos españoles, se cargan sobre el precio o toman la forma de un incremento de precio (como ocurre con la Renta de Monopolios Fiscales). En otros sistemas impositivos, el principal impuesto indirecto grava el Valor Añadido. Así ocurre en el Mercado Común. En tal caso la hipótesis F sería inaplicable.

Por consiguiente según la hipótesis F podemos escribir:

$$H_{Ii} = T_iX_iP_i$$

Analicemos ahora otro problema diferente: «El problema del Margen».

En primer lugar definiremos el concepto de margen del sector «i» (M_i).

La suma del beneficio (B_i) más el coste de oportunidad de los capitales propios (I_{cpi} = intereses capitales propios del sector i), se define como la ganancia del sector i (G_i); es decir:

$$G_i = B_i + I_{cpi}$$

Dentro de los componentes del Valor Añadido es importante distinguir dos grandes bloques: uno integrado por costes que constituyen pagos perfectamente determinados (salarios, intereses de capitales ajenos, impuestos ...) y otro integrado por una variable agregada que podemos denominar margen (M_i). Los componentes del margen son: la Ganancia y las Amortizaciones; es decir

$$M_i = G_i + A_i = B_i + I_{cpi} + A_i$$

El margen suele aparecer consolidado en las contabilidades de empresas y no como una suma de tres sumandos perfectamente diferenciados. En la práctica el reparto contable del margen entre sus tres componentes se deja al arbitrio de la política de la empresa. En efecto:

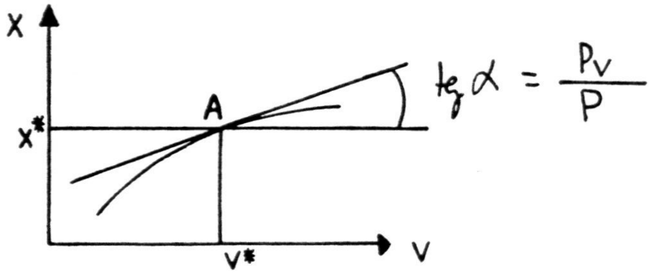
a) La valoración de los costes de oportunidad de los capitales propios invertidos, mediante los intereses de dichos capitales es bastante arbitraria. Poder realizar esta valoración de un modo más correcto implicaría conocer perfectamente las espectativas y por consiguiente la rentabilidad de los capitales propios en las posibles inversiones alternativas. La arbitrariedad reside fundamentalmente en la elección del tipo de interés que se aplica a los capitales propios.
b) Respecto a las amortizaciones, de todos es conocido que en muchas ocasiones se utilizan ciertas fórmulas de amortización que encubren bajo forma de amortización lo que en realidad puede ser considerado como beneficios.

Una vez definido el concepto de margen, vamos a desarrollar el razonamiento que nos conducirá a la hipótesis de cómo variará el margen (M_i) de los sectores $i = 2, 3 \ldots n$.

Supongamos un sector productivo donde sólo se emplea un factor de producción. La función de producción para este sector será:

$X = f(v)$, donde: v = Cantidad de factor
x = Cantidad de producto

En la figura I se ha representado la función de producción $X = f(v)$



El margen del sector (en este caso el margen coincide con el beneficio), será óptimo en el punto donde la recta de pendiente P_v/P es tangente a la función de producción; es decir el sector opera en el punto A de la curva de producción: consume v* del factor y produce x*.

Siguiendo la teoría económica, el punto óptimo de la curva es aquel en que la pendiente es: P_v/P; en efecto

$$x = f(v)$$
$$\text{Margen} = M = PX^* — P_vV^*$$

donde: P = Precio producto

P_v = Precio factor

para hacer máximo M será:

$$M = PX — P_vV = Pf(v) — P_vV$$
$$Pf'(v) — P_v = O$$
$$f'(v) = P_v/P$$

Si ahora se incrementa P_v en un α % hacemos la siguiente.

HIPOTESIS G

El sector traslada íntegramente el % de aumento de los costes al precio de dicho sector.

tendremos:

$$f^1(v) = \frac{Pv}{P} = \frac{Pv\,(1 + \alpha)}{P\,(1 + \alpha)}$$

y por tanto el sector sigue operando en el punto A de la curva de produccin. Por tanto el nuevo valor del margen M será:

$$M^* = P(1 + \alpha)\,X^* — Pv\,(1 + \alpha)\,V^*$$
$$M^* = [PXZ — PvV^*]\ (1 + \alpha) = M\,(1 + \alpha)$$

Por consiguiente como *consecuencia de la Hiptesis G* podemos enunciar que:

El margen del sector ($i = 2, 3 \ldots n$) variará en la misma proporción que el precio de dicho sector (P_i).

Esto puede generalizarse en el caso de más factores de producción. El Margen de un sector i será:

$$M_i = P_i\,X_i — P_{vi}\,V_1 — P_{v2}\,V_2 — \ldots —P_{vn}\,V_n — T_i\,W_i — C_i\,P_{ci} — H_{I1}$$

Si designamos S a la suma de todos los gastos, de forma que el incremento de α % de S será la consecuencia de la ponderación de los incrementos de P_{vi} W_i P_{ci} ... etc., podremos escribir:

$$M_i = P_i X_i - S_i$$

y los siguientes pasos coinciden con el caso sencillo de un solo factor de producción.

Suponer que M_i varía en la misma proporción que P_i implica que M_i se puede considerar como una cierta proporción de $X_i P_i$ es decir:

$$M_i = \beta_i X_i P_i \qquad [1.1]$$

La hipótesis G que permite mantener [1.1] se cumple mejor para algunos sectores que para otros e incluso para algunos será irreal. Por consiguiente debe considerarse como una aproximación a la realidad. En la práctica el fenómeno es más complejo ya que frente a una subida de costes, el empresario podría variar el punto de la función de producción en que trabaja; por ejemplo, la política comercial del empresario puede influir mucho en el sentido de que los incrementos de costes no se trasladen íntegramente al precio con el objeto de vender a precios relativos menores que la competencia y dominar el mercado. Sin embargo como aproximación puede ser válido que, a corto plazo, los incrementos de costes se trasladan al precio del producto y por tanto el margen del sector varía en la misma proporción que el precio de dicho sector.

HIPOTESIS H

Las importaciones del sector i no variarán en valor absoluto al variar P_i.

Respecto a esta hipótesis podríamos hacer un comentario parecido al de la hipótesis E.

2. *Formulación del Modelo*

El sistema input-output que nos proporciona los precios de equilibrio en una economía de «n» sectores será en notación matricial el siguiente:

$$P = A^T P + W A_t + P_c A_c + P_o A_I + RP \qquad [1.2]$$

donde

$$
P = \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ \\ P_i \\ P_n \end{matrix}
\qquad
A^T = \begin{matrix} a_{11}\ a_{21}\ \dots\ a_{i1}\ \dots\ a_{n1} \\ a_{12}\ a_{22}\ \dots\ a_{i2}\ \dots\ a_{n2} \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ a_{1n}\ a_{2n}\ \dots\ a_{in}\ \dots\ a_{nn} \end{matrix}
\qquad
R = \begin{matrix} r_1 & O & \dots\ \dots\ \dots & O \\ O & r_2 & & \\ & & r_i & \\ O & & & r_n \end{matrix}
$$

$$
A_l = \begin{matrix} a_{l1} \\ a_{l2} \\ \\ a_{li} \\ a_{ln} \end{matrix}
\ ; \quad
A_c = \begin{matrix} a_{c1} \\ a_{c2} \\ \\ a_{ci} \\ a_{cn} \end{matrix}
\qquad
W = \begin{matrix} W_1 & O & \dots\ \dots\ \dots & O \\ O & W_2 & & \\ & & W_i & \\ & & & O \\ O & \dots & \dots\ \dots & W_n \end{matrix}
\qquad
P_c = \begin{matrix} P_{c1} & O & \dots\ \dots\ \dots & O \\ O & P_{c2} & & \\ & & P_{ci} & \\ & & & O \\ O & & & P_{cn} \end{matrix}
$$

$$
P_o = \begin{matrix} P_{o1} & O & \dots\ \dots\ \dots & O \\ O & P_{o2} & & \\ & & P_{oi} & O \\ O & \dots\ \dots\ \dots & \dots & P_{on} \end{matrix}
\ ; \quad
A_I = \begin{matrix} a_{I1} \\ a_{I2} \\ \\ a_{Ii} \\ a_{In} \end{matrix}
$$

siendo:

P_i = precio del sector i

a_{ij} = cantidad (física) producto del sector «i» necesario para producir una unidad (física) de producto del sector «j».

r_i = proporción de impuestos indirectos + margen sobre el precio del sector «i».

a_{li} = cantidad (física) de trabajo necesario para producir una unidad (física) de producto del sector «i».

a_{ci} = cantidad de capital para producir una unidad (física) de producto del sector «i».

a_{Ii} = cantidad de importaciones necesarias para producir una unidad (física) de producto del sector «i».

w_i = precio del factor trabajo en el sector «i».

P_{ci} = precio del factor capital en el sector «i».

P_{oi} = precio de las importaciones en el sector «i».

A partir de este sistema suponemos que P_1 se incrementa en un h %; entonces se utilizarían las «n — 1» ecuaciones restantes para calcular las variaciones en P_2 P_3 ... P_i ... P_n, y posteriormente determinar el nuevo valor r_1^h sustituyendo dichos valores en la primera ecuación del sistema (el supraíndice «h» indica el nuevo valor de la variable afectada por el supraíndice después del incremento de h % en el precio del sector 1). Por consiguiente el sistema que nos determinará las variaciones en P_2 P_3 … P_n vendrá dado de forma matricial por la expresión:

$$P^h = \overline{A}^T P^h + \overline{W}\,\overline{A}_I + P_c A_c + \overline{P}_o \overline{A}_I + \overline{R}\,\overline{P}^h + P_1 (1 + h)\,\overline{A}_1 \qquad [1.3]$$

donde:

$$ph = \begin{matrix} P_2^h \\ P_3^h \\ P_4^h \end{matrix} \qquad \overline{A}^T = \begin{matrix} a_{22} \dots a_{i2} \dots a_{n2} \\ a_{2n} \dots a_{in} \dots a_{nn} \end{matrix} \qquad \overline{R} = \begin{matrix} r_2 & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ & 0 & \\ 0 & & r_n \end{matrix}$$

$$\overline{W} = \begin{matrix} w_2 & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ & w_i & \\ 0 & & w_n \end{matrix} \qquad \overline{A}_c = \begin{matrix} a_{c2} \\ a_{c3} \\ \dots \\ a_{cn} \end{matrix} \qquad \overline{A}_I = \begin{matrix} a_{I2} \\ a_{Ii} \\ a_{In} \end{matrix} \qquad \overline{P}_o = \begin{matrix} P_{o2} & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ & P_{oi} & \\ 0 & & P_{on} \end{matrix}$$

$$\overline{P}_c = \begin{matrix} P_{c2} & 0 \dots & 0 \\ 0 & & \\ & P_{ci} & \\ & & 0 \\ 0 & & P_{cn} \end{matrix} \qquad \overline{A}_1 = \begin{matrix} a_{12} \\ a_{13} \\ a_{1n} \end{matrix} \qquad \overline{A}_i = \begin{matrix} a_{i2} \\ a_{i3} \\ a_{in} \end{matrix}$$

siendo

P_i^h = precio en el sector i después del incremento del h % en el precio del sector 1.

Del sistema anterior se puede deducir la fórmula de P^h

$$P^h [I - \overline{A}^T - \overline{R}] = \overline{W}\,\overline{A}_I + \overline{P}_c \overline{A}_c + \overline{P}_o \overline{A}_I + P_1 (1 + h)\,\overline{A}_1$$

$$P^h = [I - \overline{A}^T - \overline{R}]^{-1} [\overline{W}\,\overline{A}_I + \overline{P}_c \overline{A}_c + \overline{P}_o \overline{A}_I + P_1 (1 + h)\,\overline{A}_1] \qquad [1.4]$$

Para calcular ahora r_1^h (nuevo valor de r_1 después de la subida de h % del precio del sector 1), se utiliza la primera ecuación del sistema input-output.

$$(a_{11}\ a_{21} \dots a_{i1} \dots a_{n1}) \begin{matrix} P_1^h \\ P_2^h \\ P_i^h \\ P_n^h \end{matrix} + w_1 a_{I1} + P_{c1} a_{c1} + P_{o1} a_{I1} + r_1^h P_1 (1 + h) = P_1^h$$

resolviendo esta ecuación y despejando r_1^h será:

$$r_1^h = 1 - a_{11} - \frac{\sum_{1=2}^{h} a_{i1} P_i^h + w_1 a_{l1} + P_{c1} a_{c1} + P_{o1} a_{l1}}{P_1 (1 + h)} \qquad [1.5]$$

Este modelo puede generalizarse para analizar las repercusiones de variaciones exógenas simultáneas de los precios de K sectores sobre los precios de los n — K sectores restantes, determinándose además los nuevos valores de márgenes más impuestos indirectos de los K sectores (r_1^h r_2^h ... r_k^h). El desarrollo matemático es muy similar al anterior y no se realiza para no extendernos innecesariamente.

3. *Repercusión en el coste de la vida*

Evidentemente una subida de los precios agrarios repercute en el coste de la vida. Este efecto derivado presenta gran importancia, sobre todo teniendo en cuenta que los precios agrarios inciden fuertemente sobr los de las industrias alimenticias, ya que estas utilizan un gran porcentaje de productos agrarios como inputs, y por consiguiente, un cambio en aquellos precios alterará el coste de la vida en el que pesan mucho los productos alimenticios.

Por todo ello, es interesante estudiar la influencia de la subida de los precios agrarios en el coste de la vida y estimar así la repercusión que sobre este coste provocan ciertas medidas de la política de precios agrarios.

El índice que podría utilizarse a este efecto es el siguiente:

$$I_c = \sum_{1=1}^{h} I P_i^h \frac{\text{cantidad del sector «i» que va a consumo}}{\text{cantidad consumo total}} \qquad [1.6]$$

donde $I P_i^h$ = índice de precios del sector «i» después del incremento «h» de P_1 (situación base $I P_i = 100$)

Evidentemente $I_c = 100$ para la situación anterior a la subida, ya que $I P_i = 100$.

Evidentemente este índice no es el índice general de precios al consumo con el que actualmente el INE mide el incremento del coste de la vida pero puede ser útil como estimación de dicho incremento.

4. *Problemas derivados de algunos supuestos del modelo*

1.° — Visión estática.

En el modelo se analiza la repercusión de un precio sobre el resto de los precios a través de las interacciones de la economía, medidas mediante las relaciones input-output, pero referidas a un momento determinado, sin tener en cuenta que, a su vez, las variaciones en los precios en este período de tiempo producirán otros efectos que se reflejarán en períodos posteriores (nuevos incrementos de precios del sector que inicialmente experimentó la subida, aumento de los salarios, etc.). El modelo planteado no permite pues analizar el fenómeno de la inflacción en espiral, es decir, los «feedback» entre precios y salarios.

La necesidad de un modelo dinámico para analizar las repercusiones de precios es manifestada por el propio W. Leontief.

Algunos autores han intentado introducir algún elemento dinámico en modelos para repercusión de precios; sin embargo, no existen prácticamente estudios de precios a partir de modelos input-output dinámicos, y la mayoría parten del modelo estático.

2.° — Inelasticidad completa.

Al aumentar exógenamente el precio del sector 1 (P_1), cabe esperar que los coeficientes técnicos físicos, que incluyen la demanda del producto del sector 1 por parte del resto de los sectores, varíen al hacerlo P_1. Sin embargo, esto no se tiene en cuenta en el modelo, lo cual implica suponer que la demanda del producto 1 es completamente inelástica con respecto a su precio; es decir, los coeficientes físicos a_{ij} variarían al variar P_1, mientras que en el modelo se suponen fijos.

Este supuesto no es completamente real pero para algunos sectores, el error cometido es poco considerable. En este sentido debe admitirse que la agricultura es uno de los sectores cuyos productos tienen una demanda más inelástica. Superar de forma completa esta dificultad, exige la elaboración de modelos, en los que precios y cantidades aparezcan como variables endógenas a determinar simultáneamente lo cual es enormemente complejo y constituye uno de los grandes problemas que no han resuelto convenientemente los análisis de equilibrio general.

A pesar de estas limitaciones el modelo no pierde interés, en especial, porque es posible aplicarlo a una economía con el material estadístico input-output disponible. En definitiva, supone un paso adelante en la cuantificación de ciertos efectos que se producen en la economía de un país como consecuencia de una cierta política de precios, aunque los resultados deban tomarse con precaución y sean susceptibles de perfeccionamiento introduciendo sucesivas modificaciones en el modelo.

II. VARIANTE SISTEMA CUASICERRADO

Introducción

En su formulación inicial del modelo cerrado, Leontief consideraba una economía con n-l sectores más el sector «n» «house-holds») tratado como un sector productivo más con sus inputs (consumo) proporcionales a su output (fuerza de trabajo). Por otro lado, los restantes sectores finales (inversión, consumo público, exportaciones...) no se tenían en cuenta. Todo ello conducía a un sistema de ecuaciones lineales y homogéneas y por consiguiente a la necesidad de obtener soluciones relativas a un numerario.

Frecuentemente se utilizaba el sector «n» como numerario y el modelo daba los outputs relativos al empleo, o bien los precios relativos al salario. Sin embargo, otra variante utilizada en algunas ocasiones consiste en no despreciar el resto de los inputs primarios sino agregarlos y considerarlos como datos exógenos al modelo. Este modelo se podría denominar cuasicerrado y es el que a continuación describimos.

1. *Hipótesis*

Las hipótesis de trabajo son las mismas que para la variante del modelo abierto, sólo que introduciendo la consideración del sector «unidades familiares» como un sector productivo, con el consumo (input) proporcional al empleo (output), siendo el precio del «producto trabajo» (salario) el mismo para todos los sectores de la economía.

Respecto a la hipótesis sobre los impuestos indirectos del nuevo sector unidades familiares, puede considerarse que el «impuesto indirecto» coincidiría con el clasico impuesto directo sobre rentas de trabajo y es una proporción fija del precio del sector unidades familiares (salario).

2. *Desarrollo del modelo*

En esta variante los impuestos directos al trabajo no están incluidos en los costes salariales de cada sector, sino que se consideran introducidos globalmente como un «impuesto indirecto al producto trabajo». En el desarrollo matemático de esta variante introducimos las siguientes notaciones:

a_{li} = necesidades en trabajo (unidades físicas) para producir una unidad del sector i.

w_q = precio sector «unidades famiilares» (equivale al salario bruto), se supone que el salario es el mismo para todos los sectores y es «w_q» estando incluidos en él los impuestos sobre las rentas de trabajo

a_{il} = necesidades en consumo de producto i (unidades físicas) para producir una unidad de trabajo.

r_l = «impuesto indirecto» sobre el prcio dl «producto trabajo» (en realidad equivale al conocido impuesto directo sobre las rentas de trabajo).

$a_{ll} = 0.$

$$a_{jl} = \frac{\text{Demanda final sector i}}{\text{Nivel de empleo total}} = \frac{Di}{N}$$

$D_i = Na_{il}.$

Expondremos el desarrollo de las fórmulas para esta variante de modo muy resumido ya que desde el punto de vista matemático es el mismo proceso que en el caso del modelo abierto.

Si P_1 aumenta un h %, las repercusiones sobre los precios $P_2 P_3 \dots P_n$ y sobre los salarios, se deducirán del modelo mediante la expresión

$$P^h = \bar{A}^T P^h + \bar{P}_c \bar{A}_c + P_o A_l + \bar{R} P^h + P_1 (1 + h) \bar{A}_1 \qquad [2.1]$$

siendo

$$P^h = \begin{matrix} P_2^h \\ P_3^h \\ \\ P_n^h \\ w_q^h \end{matrix} \qquad \bar{A}^T = \begin{matrix} a_{22} & a_{32} & \dots & a_{n2} & a_{l2} \\ a_{23} & a_{33} & \dots & a_{n3} & a_{l3} \\ \\ a_{2l} & a_{3l} & \dots & a_{nl} & O \end{matrix} \qquad \bar{P}_c = \begin{matrix} P_{c2} & O & \dots & \dots & \dots & O \\ O & P_{c3} \\ & & & P_{cn} \\ O & \dots & \dots & \dots & O & P_{cl} \end{matrix}$$

$$\bar{P}_o = \begin{matrix} P_{o2} & O & \dots & \dots & \dots & O \\ O & P_{o3} \\ & & P_{on} \\ O & \dots & \dots & \dots & \dots & P_{ow} \end{matrix} \qquad \bar{R} = \begin{matrix} r_2 & O & \dots & \dots & \dots & O \\ O & r_3 \\ & & & r_n \\ O & \dots & \dots & \dots & \dots & r_l \end{matrix} \qquad \bar{A}_l = \begin{matrix} a_{l2} \\ a_{l3} \\ a_{ln} \\ a_{ll} \end{matrix} \qquad A_l = \begin{matrix} a_{l2} \\ a_{l3} \\ a_{ln} \\ a_{ll} \end{matrix} \qquad \bar{A}_c = \begin{matrix} a_{c2} \\ a_{c3} \\ a_{cn} \\ a_{cl} \end{matrix}$$

Por tanto desarrollando [2.1]

$$P^h [I - \bar{A}^T - \bar{R}] = \bar{P}_c \bar{A}_c + \bar{P}_o \bar{A}_l + P_1 (1 + h) \bar{A}_1 \qquad [2.2]$$

$$P^h = [I - \bar{A}^T - R]^{-1} [\bar{P}_c \bar{A}_c + \bar{P}_o \bar{A}_l + P_1 (1 + h) \bar{A}_1] \qquad [2.3]$$

Por tanto para calcular r_l^h a partir de la primera ecuación tendríamos:

$$r_1^h = 1 - a_{11} - \frac{a_{21} P_2^h + a_{31} P_3^h + \ldots + a_{n1} P_n^h + a_{l1} w_q^h + a_{c1} P_{c1} + a_{l1} P_{o1}}{P_1 (1 + h)} \qquad [2.4]$$

Como puede observarse estas fórmulas son muy similares a las obtenidas en el desarrollo del modelo abierto.

Sin embargo, aunque en la formulación matemática no existan diferencias, entre el modelo abierto y el cuasi-cerrado sí las hay en cuanto a significado y nuevos problemas. Una de las dicultades mayores introducidas con la nueva formulación, es la consideración de una función de consumo estrictamente proporcional al empleo, lo cual es demasiado simple y poco realista. Como contrapartida se crea la posibilidad de calcular, como variable endógena, la variación que experimentará la tasa de salarios del país como consecuencia de la variación del h % en los precios del sector agricultura, lo cual puede completar el análisis de repercusiones.

3. *Variaciones de rentas en el sector agrario*

En el modelo cuasicerrado podemos calcular las variaciones de rentas del sector agrario como una suma de dos componentes; por una parte las variaciones endógenas de las rentas salariales, y por otra, la de r_1. Por lo tanto, para un caso sencillo de tres sectores, más el sector «unidades familiares», sería:

$$\Delta R_1 = X_1 P_1 [h r_1^h + \Delta r_1] + X_1 P_1 a_{l1} [1 + h_w] \qquad [2.5]$$

donde: h_w = % aumento de salarios n tanto por uno del sector 1.

$$h_w = \frac{\Delta W_q}{W_q} = \frac{W_q^h - W_q}{W_q} = \left[\frac{W_q^h}{W_q} - 1 \right]$$

$$\Delta R_1 = X_1 P_1 \left[h r_1^h + \Delta r_1 + a l_1 (1 + \frac{W_q^h}{W_q} - 1) \right]$$

$$\Delta R_1 = X_1 P_1 \left[h r_1^h + \Delta r_1 + a_{l1} \frac{W_q^h}{W_q} \right] \qquad [2.7]$$

4. *Estimación del aumento del coste de la vida*

En el modelo abierto calculábamos la repercusión en el coste de la vida a partir de las variaciones de precios. Sin embargo ahora con el modelo cuasi-cerrado obtenemos endógenamente el incremento de la tasa de salarios y éste puede tomarse como estimación de la variación del coste de la vida.

5. *Problemas derivados de algunos supuestos del modelo cuasicerrado*

Aquí se puede decir lo mismo que en el modelo abierto pero con alguna cuestión diferencial.

Por un lado, es importante destacar que aunque el modelo cuasicerrado nos calcule, endógenamente, la variación de salarios, no por ello deja de ser un modelo estático puesto que todas estas variaciones se producen en un instante de tiempo t.

Por tanto, aunque el modelo cuasicerrado determine más variables del sistema económico, sigue siendo estático como el desarrollado en el apartado correspondiente.

Por otro lado, el modelo cerrado por su propia definición añade una dificultad, que consiste en la necesidad de mantener la hipótesis de constancia de los coeficientes técnicos también para el nuevo sector «economías domésticas».

Esto es bastante arriesgado puesto que los coeficientes técnicos de este sector reflejan el comportamiento del consumidor, y lo más probable es que se produzcan variaciones aleatorias debidas a influencias psicológicas y de costumbre en las motivaciones del consumidor; con lo cual se hace difícil suponer que estos coeficientes se mantengan constantes.

Estos problemas plantean la necesidad de introducir una serie de modificaciones en el modelo cuasicerrado, para su posterior aplicación que permita superar alguna de las dificultades antes mencionadas lo cual se realiza en el siguiente modelo.

III. VARIANTE SISTEMA SEMIABIERTO

1. *El problema del consumo familiar como input del sector «unidades familiares»*

La variante del modelo cuasicerrado, se ha definido mediante la introducción en la matriz de interrelaciones del nuevo sector unidades familiares. Dicho modelo no se ha cerrado más, introduciendo endógenamente un sector de formación de capital, debido a que este planteamiento obligaría a la dinamización del modelo, con el fin de explicar el mecanismo de inversión y del acelerador en los distintos sectores productivos.

El tratamiento exógeno del sector formación de capital plantea varios problemas, y de entre ellos, nos interesa el que afecta al consumo familiar como input del sector «unidades familiares». El problema consiste fundamentalmente en que, con el sector capital como sector exógeno, los consumos familiares deben ser sólo los correspondientes a rentas salariales y, por consiguiente, al nivel de empleo. Sin embargo, en la mayoría de casos, se puede observar que en la tabla Input-Output la columna de consumo privado contiene el consumo no sólo debido a rentas salariales sino también a las rentas de capital.

Otra dificultad importante, ya mencionada en la sección anterior, proviene del poco realismo que tiene el supuesto de que los coeficientes de consumo son constantes. Estos coeficientes están sujetos a variaciones aleatorias y por otro lado, es muy probable que la función de consumo no sea homogénea y hasta no lineal.

Para superar de algún modo estos problemas, se ha definido una nueva variante del modelo input-output en la cual los inputs del nuevo sector incluido en la matriz de interrelaciones («unidades familiares»), no se introducen como inputs de unas determinadas *funciones de consumo,* sino como aquellos *consumos considerados necesarios* para producir el volumen de empleo de la economía nacional.

Este es, pues, un enfoque Malthusiano al considerar al trabajador como una fuerza productiva que mediante unos consumos primarios necesarios produce trabajo (teoría de los salarios basada en el consumo mínimo vital). Este enfoque ha sido analizado por Samuelson, Solow y Dorfman en su famosa obra *Programmation mathematique et Gestion economique.* Este enfoque se basa en la escuela Malthusiana que partía de una teoría de los salarios basada en el mínimo vital.

La diferencia con el planteamiento inicial de Leontier, es que éste consideró que todo el consumo familiar (incluido el de lujo) era necesario para producir trabajo. Esto es poco real y en este sentido se ha intentado modificarlo, considerando sólo los consumos primarios necesarios para producir trabajo.

Mediante este enfoque queda algo paliado el problema de la estabilidad de los coeficientes de consumo, pues al ser consumos primarios necesarios para producir trabajo, dependen en mayor medida de necesidades vitales objetivas en lugar de actitudes psicológicas. Por otro lado, se puede suponer que los consumos primarios corresponden a rentas salariales (o a una fracción de ellas) mientras que los consumos de lujo corresponden a rentas de capitales y otras rentas que en definitiva pertenecen a niveles complementarios de ingresos.

2. *Hipótesis*

Además de las hipótesis básicas del modelo input-output, y de las específicas del modelo cuasicerrado, es necesario para la definición de la nueva variante la siguiente hipótesis:

Los inputs del sector «unidades familiares» (consumo familiar) *se desdoblan en dos sumandos. Un primer sumando, correspondiente al consumo primario, se considera como variable endógena y se introduce en la matriz; y un segundo sumando que se considera como variable exógena.* Esta hipótesis justifica la denominación del semiabierto que se ha dado a esta variante.

3. *Formulación del modelo*

Antes de desarrollar matemáticamente la variante del modelo semiabierto introducimos la siguiente nomenclatura:

$\tilde{W}_q$ = salario mínimo de subsistencia

a_{i1} = coeficiente consumo primario sector i = $\dfrac{D_i}{N}$

N = volumen de empleo (unidades físicas) y es el output total del sector unidades familiares

$\tilde{D}_i$ = consumo primario (unidades físicas) del producto del sector «i»

$\tilde{R}$ = *residuo que incluye: consumo no primario y consumo de bienes importados*

$\dfrac{\tilde{R}}{N} = a_{r1}$

P_R = Precio hipotético ponderado de los componentes de $\tilde{R}$.

Además $a_{11} = 0$ ya que no se considera la existencia de reempleo en el sector «unidades familiares».

El total de bienes y servicios consumidos procedentes de la importación se han incluido en R, puesto que se supone que el consumo procedente de bienes de importación no satisfacen necesidades primarias y, por consiguiente, debe ser incluido en R.

Con todos estos supuestos y en el caso general de n sectores, la fórmula que nos da el valor de $P_2\, P_3 \ldots w_q$ después de la variación de h % de P_1 sería:

$$P_h = [I - \tilde{\bar{\bar{A}}}^T - \bar{R}]^{-1} [\bar{P}_c \bar{A}_c + \tilde{\bar{\bar{P}}}_0 \tilde{\bar{\bar{A}}}_1 + P_1 (1 + h) \tilde{\bar{\bar{A}}}_i] \qquad [3.1]$$

donde:

$$\bar{\bar{A}}^{T} = \begin{matrix} a_{22} & a_{32} & \ldots & \ldots & \ldots & a_{12} \\ a_{23} & a_{33} & \ldots & \ldots & \ldots & a_{13} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{21} & a_{31} & \ldots & \ldots & \ldots & O \end{matrix} \quad \bar{\bar{P}}_{o} = \begin{matrix} P_{o2} & O & \ldots & \ldots & \ldots & O \\ O & P_{o3} & & & & \\ & & & & & O \\ O & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & P_{R} \end{matrix} \quad \bar{\bar{A}}_{I} = \begin{matrix} a_{12} \\ a_{13} \\ \\ a_{11} \end{matrix} \quad \bar{\bar{A}}_{1} = \begin{matrix} a_{12} \\ a_{13} \\ \\ a_{11} \end{matrix}$$

Los restantes vectores o matrices ya se definieron en la sección anterior. La fórmula que nos daría el valor de r_1^h sería similar a la obtenida en el modelo cuasicerrado.

Por último es importante advertir que dadas las dificultades para determinar objetivamente los consumos *biológicamente* necesarios, se puede tomar el criterio de calcular los consumos *sociológicamente* necesarios entendiendo por éstos, aquellos que pertenecen a las familias de ingresos más bajos.

IV. ADAPTACION DE LOS MODELOS PARA EL CALCULO DE LAS VARIACIONES PORCENTUALES DE LOS PRECIOS

En las fórmulas desarrolladas en secciones precedentes se aprecia que para el cálculo de los nuevos precios P_i^h es necesario conocer los coeficientes físicos a_{ij}. Pero los coeficientes disponibles son los monetarios ya que las tablas input-output expresan los flujos intersectoriales en unidades monetarias y no en unidades físicas. Para calcular los «a_{ij}» (físicos) a partir de los datos disponibles «b_{ij}» (monetarios) es necesario conocer los precios P_i de todos los sectores en el año t en que se construye la tabla ya que la relación que liga los coeficientes físicos y los monetarios es:

$$b_{ij} = a_{ij} \frac{P_{it}}{P_{jt}} \qquad [4.1]$$

siendo:

P_{it} = precio sector i en el año t correspondiente a la tabla.
P_{jt} = precio sector j en el año t correspondiente a la tabla.

Sin embargo debido a insuficiencias estadísticas y a la falta de homogeneidad en la definición de algunos sectores de la tabla es prácticamente imposible calcular los P_{it}.

Además, la estimación del precio para algunos sectores correspondientes a servicios sería imposible por la inexistencia de estadísticas de precios para estos servicios. Todo ello hace necesario adaptar el modelo para trabajar con él prescindiendo del conocimiento de los P_{it}. En este sentido realizaremos un desarrollo que permite calcular los h_i = % incremento de P_i, en lugar de los P_i^h (P_i^h = nuevo precio del sector i).

Demostraremos después que las fórmulas que nos dan los valores «h_i» dependen de los coeficientes monetarios b_{ij} y no de los coeficientes físicos a_{ij}, y por tanto, que los h_i son independientes del nivel de precios P_{it} de la economía en el año t.

Una novedad es que ahora será posible la consolidación de los coeficientes de input de los distintos componentes del valor añadido gracias a que estos coeficientes serán monetarios (todos los componentes se miden en ptas., y por tanto pueden sumarse), mientras que antes eran físicos y al ser unidades físicas distintas para cada componente del valor añadido no se podían sumar.

A continuación se desarrolla, con estas modificaciones introducidas, la adaptación del modelo abierto.

Las relaciones entre coeficientes físicos y monetarios será:

$$a_{ij} = \frac{P_{jt}}{P_{it}} b_{ij} \qquad a_{li} = b_{li} \frac{P_{it}}{W_{it}}$$
$$a_{ci} = b_{ci} \frac{P_{it}}{P_{cit}} \qquad a_{Ii} = b_{Ii} \frac{P_{it}}{P_{oit}} \qquad [4.2]$$

Partiendo del sistema de ecuaciones para el caso de «n» sectores, las fórmulas que nos dan los nuevos valores p_i^h serán en forma matricial:

$$\begin{matrix} P_2^h \\ P_3^h \\ \\ P_n^h \end{matrix} = [I - \bar{A}^1]^{-1} \begin{bmatrix} a_{1n} P_{1t}(1+h) + a_{cn} P_{cn} + a_{1n} W_{n12t} + r_2 P + a_{12} P_{o2t} \\ a_{12} P_{1t}(1+h_1) + a_{c2} P_{c2t} + a_{13} W + r_3 P_{3t} + a_{13} P_{o3t} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{13} P_{1t}(1+h_1) + a_{c3} P_{c3t} + a_{13} W_{3t} + r_n P_{nt} + a_{1n} P_{ont} \end{bmatrix} \qquad [4.3]$$

Pero analicemos ahora los componentes del Valor Añadido utilizando las relaciones entre coeficientes físicos y monetarios, tendremos [4.2]:

$$a_{ti} W_{it} + a_{ci} P_{cit} = W_{it} b_{ti} + \frac{P_{it}}{W_{it}} + P_{cit} b_{ci} \frac{P_{it}}{P_{cit}} + r_i P_{it} =$$
$$= P_{it} \left(b_{ti} \frac{W_{it}}{W_{it}} + b_{ci} \frac{P_{cit}}{P_{cit}} + r_i \right) = P_{it} (b_{ti} + b_{ci} + r_i) = P_{it} \cdot b_{vi}$$

Ahora ha sido posible agregar los distintos componentes del valor añadido ya que se trata de coeficientes monetarios (ptas.).

b_{vi} = unidades monetarias de valor añadido para producir una unidad (monetaria) de producto del sector i.

h_o = % incremento valor añadido sector 1 al aumentar P_1 en h_1%.

Por otro lado respecto a las importaciones tendremos

$$a_{Ii} P_{oi} = b_{Ii} \frac{P_{it}}{P_{oi}} \times P_{oi} = b_{Ii} P_{it}$$

y además

$$a_{1i} P_{1t} (1 + h_1) = \frac{P_{it}}{P_{1t}} b_{1i} \cdot P_{1t} (1 + h_1) = P_{it} b_{1i} (I + h_1)$$

Por consiguiente el sistema matricial [4.3] se convierte en:

$$\begin{matrix} P_2^h \\ P_3^h \\ \\ P_n^h \end{matrix} = [I - \bar{A}^1]^{-1} \begin{matrix} b_{12} P_{2t} (1 + h_1) + P_{2t} b_{o2} + P_{2t} b_{I2} \\ b_{13} P_{3t} (1 + h_1) + P_{3t} b_{o3} + P_{3t} b_{I3} \\ \dots \\ b_{1n} P_{nt} (1 + h_1) + P_{nt} b_{on} + P_{nt} b_{In} \end{matrix} \qquad [4.4]$$

Si ahora designamos

$$\bar{A} = \begin{matrix} a_{22} & a_{23} & \dots & a_{n2} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{matrix} \quad \bar{B} = \begin{matrix} b_{22} & b_{23} & \dots & b_{2n} \\ b_{32} & b_{33} & \dots & b_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n2} & b_{n3} & \dots & b_{nn} \end{matrix} \quad \bar{B}_1 = \begin{matrix} b_{12} \\ b_{13} \\ \\ b_{1n} \end{matrix} \quad \bar{B}_o = \begin{matrix} b_{o2} \\ b_{3} \\ \\ b_{on} \end{matrix}$$

$$\bar{P}_t = \begin{matrix} P_{2t} & O & \dots & O \\ O & P_{3t} & & \\ O & & & P_{nt} \end{matrix} \quad \bar{B}_I = \begin{matrix} b_{I2} \\ b_{I3} \\ \\ b_{In} \end{matrix} \quad \bar{P}_h = \begin{matrix} P_2^h \\ P_3^h \\ \\ P_n^h \end{matrix}$$

podemos escribir el sistema [4.4] en la siguiente forma matricial:

$$P^h = [I - A^T]^{-1} P_t [B_1 (1 + h_1) + B_o + B_I] \qquad [4.5]$$

pero:

$$[I - \bar{A}]^{-1} = [I - \bar{P}_t^{-1} \bar{B} \bar{P}_t]^{-1} = [\bar{P}_t^{-1} (I - \bar{B}) \bar{P}_t]^{-1} = P_t^{-1} [I - \bar{B}]^{-1} \bar{P}_t$$

y por consiguiente $[I - A^T]^{-1}$ será:

$$[I - \overline{A}^T]^{-1} = [(I - \overline{A})^{-1}] = [\overline{P}_t^{-1} (I - \overline{B})^{-1} \overline{P}_t]^T =$$
$$= P_t[(I - B)^{-1}]^T P_t^{-1} = P_t [I - B^t]^{-1} \overline{P}_t^{-1} \qquad [4.6]$$

sustituyendo [4.6] en [4.5] tendremos:

$$P^h = \overline{P}_t [I - \overline{B}^T]^{-1} \overline{P}_t^{-1} \overline{P}_t [\overline{B}_1 (I + h_1) + \overline{B}_o + \overline{B}_1] =$$
$$= \overline{P}_t [I - \overline{B}^T]^{-1} [\overline{B}_1\ 1 + h_1) + \overline{B}_o + \overline{B}_1] \qquad [4.7]$$

y como por otro lado

$$h_i = \frac{P_i^h - P_{it}}{P_{it}}; \quad h_i = \frac{P_i^h}{P_{it}} - 1 => h_i + 1 = \frac{P_i^h}{P_{it}}$$

y agrupando los $h_i + 1$ como vector columna que designamos por $P\alpha$, podemos escribir:

$$P\alpha = \begin{matrix} h_2 + 1 \\ h_3 + 1 \\ \\ h_n + 1 \end{matrix} = \begin{matrix} P_2^h / P_{2t} \\ P_3^h / P_{3t} \\ \\ P_n^h / P_{nt} \end{matrix}$$

En forma matricial se tiene:

$P\alpha = \overline{P}_t^{-1} P_h$ y sustituyendo P_h por su valor en [4.7]
$$P\alpha = \overline{P}_t^{-1} \overline{P}_t [I - B^T]^{-1} [\overline{B}_1 (1 + h_1) + \overline{B}_o + \overline{B}_1] \qquad [4.8]$$

Es decir:

$$P\alpha = [I - \overline{B}^T]^{-1} [\overline{B}_1 (1 + h_1) + \overline{B}_o + \overline{B}_1] \qquad [4.8]$$

La fórmula obtenida en [4.8], demuestra que los incrementos porcentuales h_i de los precios no dependen de los coeficientes físicos sino de los monetarios y, por tanto, no dependen del nivel de precios de los distintos sectores de la Economía en el tiempo t (P_{it}).

Por otro lado se llegaría al siguiente resultado para la variación porcentual del valor añadido del sector 1

$$h_o = \frac{[1 - b_{11}] [1 + h_1] - b_{21} (h_2 + 1) - b_{31} (h_3 + 1) - \ldots - b_{n1} (h_n + 1) - b_{I1}}{b_{v1}} - 1$$

Las adaptaciones en el caso de que los impuestos indirectos y el margen se separen del valor añadido para seguir las hipótesis iniciales, así como las correspondientes adaptaciones para el caso del modelo semiabierto o

la generalización del modelo para calcular la repercusión del incremento simultáneo del precio de k sectores sobre los precios de los n-k sectores restantes, serían semejantes, ya que el método sería el mismo que se ha seguido en el caso anterior y por tanto no consideramos necesario repetir el desarrollo matemático.

V. ESTUDIO DE LA INFLACION EN ESPIRAL

La necesidad de introducir en el análisis no sólo las variaciones de los precios sino también las de los salarios, ha conducido al planteamiento del modelo semiabierto desarrollado en secciones anteriores. Sin embargo la introducción del sector «unidades familiares» en la matriz de interrelaciones, y la consideración del salario de subsistencia como un precio más ofrece algunos problemas y dificultades de interpretación. Las críticas suelen apuntar al hecho de la diferencia existente entre los mecanismos de formación de precios y los de formación del salario mínimo en una economía.

Esto motiva el que intentemos, como última aplicación, una solución mixta. Esta consiste en utilizar el modelo abierto para determinar sólo variaciones de precios, y además una ecuación externa al modelo y que nos determinará el incremento del salario. Esta ecuación refleja simplemente el hecho de que el incremento de los precios de un sistema económico repercutirá en un aumento del coste de la vida y éste a su vez en un aumento del nivel de salarios. Por otro lado éste provocará un nuevo aumento en el sistema de precios, y así sucesivamente. La necesidad de dinamizar el modelo para estudiar este fenómeno (inflación en espiral), es evidente. Dicho fenómeno se presenta de forma generalizada en la mayoría de países con economía desarrollada.

Todo lo dicho hasta aquí ha motivado la adaptación del modelo input-output de precios para el análisis de la inflación en espiral. Sin embargo no deben perderse de vista los errores e imperfecciones del modelo input-output en el análisis de precios y que ya se han expuesto La complejidad del fenómeno requeriría modelos en los que se tuviesen en cuenta una serie de variables como la capacidad de ahorro, ritmo de inversión, comercio exterior..., etc. Sin embargo, consideramos interesante este estudio como un primer paso en la cuantificación de la inflación en espiral.

Desarrollo del Modelo

El modelo abierto nos determina el vector de variaciones de precios como consecuencia de una variación de los precios agrarios del h_1%.

Consideramos ahora una condición adicional externa y que supone que un incremento de los precios en el tiempo t, origina un aumento del coste de la vida en el mismo período que se traslada en una cierta proporción k al nivel de salarios en el tiempo t + 1. Esta condición se escribirá:

$$1 + h_{wt+1} = K\, C_v\, P_t^h \qquad [5.1]$$

$$1 + h^t_{cv} = C_v\, P_t^h \ ; \ C_v = [C_{v1}\, C_{v2} \ldots C_{vn}] \ ; \ P_t^h = \begin{matrix} 1 + h_1 \\ 1 + h_2 \\ \vdots \\ 1 + h_n \end{matrix} \qquad [5.2]$$

donde:

h_{wt+1} = incremento salario tiempo t + 1 (tanto por uno)
K = proporción en que se traslada el incremento del coste de la vida a los salarios
h^t_{cv} = incremento coste de la vida en el tiempo t (tanto por uno)
c_{vi} = cantidad del sector i destinada a consumo privado
h_i = incremento precio sector i tanto por uno) como consecuencia de la subida del h_1 de los precios agrarios (i = 2, 3, ... n)
h_1 = incremento precios sector agrario (tanto por uno).

P_t^h es el vector de variaciones porcentuales de todos los precios en el período t obtenido mediante las fórmulas del modelo abierto, excepto el primer elemento ($1 + h_1$) que es el dato de partida. Dicho vector corresponde al $P\alpha$ definido en los resultados de la adaptación del modelo abierto. Allí no se refería $P\alpha$ a ningún período t, ya que el modelo abierto parte de una visión estática del problema.

El valor de K puede ser, y de hecho es, distinta para cada sector; en efecto los convenios colectivos varían según una serie de factores, fundamentalmente de la rentabilidad del sector y del poder de los trabajadores para presionar y conseguir alzas salariales. Sin embargo, se tiende a poner tope para dichos aumentos y éste suele ser el aumento del coste de la vida. Por otro lado, cada vez es mayor el número de ramos en que se fuerza la subida prácticamente hasta el tope, con lo cual trabajaremos con la hipótesis, simplificadora pero no muy irreal, en períodos normales de que K es la unidad para todos los sectores. Por tanto:

$$1 + h_{wt+1} = c_v P^h_t \qquad [5.3]$$

En una segunda fase, este aumento de los salarios repercutirá en nuevos incrementos de precios en el tiempo t + 1 y la fórmula que nos dará dichos incrementos es la que proporciona el modelo input-output para repercutir aumentos de los precios de los inputs primarios en los «n» precios del sistema. Según ésto, será:

$$\begin{aligned} P_{t+1} &= [I - A^T]^{-1} [B + B_L (1 + hw, t + 1)] = \\ &= [I - A^T]^{-1} B\alpha + [I - A^T]^{-1} 2B_L (1 + hwt + 1 = \\ &= [I - A^T]^{-1} B\alpha + [I - A^T]^{-1} B_L C_v P_t^h \end{aligned} \qquad [5.4]$$

donde:

$[I\text{-}A^T]^{-1}$ = matriz inversa sistema de precios n x n)

$$B\alpha = \begin{matrix} b\alpha_1 \\ b\alpha_2 \\ \\ \\ b\alpha_n \end{matrix} \qquad B_L = \begin{matrix} b_{l1} \\ b_{l2} \\ \\ \\ b_{ln} \end{matrix} \qquad C_V = [C_{v1}\ C_{v2} \ldots C_{vn}]$$

$b\alpha_i$ = coeficiente monetario valor añadido (menos salarios) + importaciones sector i.

b_{li} = coeficiente monetario de salarios sector i.

Estos increemntos de los precios, calculados mediante [5.4], producirán en el siguiente período t + 2 un incremento de salarios a través del incremento del coste de la vida.

$$1 + h_{w,+2} = C_V P^h_{t+1} \qquad [5.5]$$

A su vez el aumento de salarios en el período t + 2, repercutirá en nuevas subidas de precios en el período t+ 2; utilizando la fórmula (10.4) tendremos:

$$\begin{aligned} P^h_{t+2} &= [I\text{-}A^T]_{-1} [B\alpha + B_L (1 + h_{w,t+2})] = \\ &= [I - A^T]^{-1} B\alpha + [I - A^T]^{-1} B_L (1 + h_{w,t+2}) \end{aligned} \qquad [5.6]$$

Sustituyendo $(1 + h_{w,t+2})$ por su valor de [5.5], en [5.6] será:

$$P^h_{t+2} = [I - A^T]^{-1} B\alpha + [I - A^T]^{-1} B_L C_V P^h_{t+1} \qquad [5.7]$$

y sustituyendo P^h_{t+1} por su valor de [5.4], en [5.7] y si ahora designamos

$$[I - A^T]^{-1} B\alpha = M\alpha$$
$$[I - A^T]^{-1} B_L = M_L$$

tendremos:

$$P^h_{t+2} = M\alpha + M_L C_V M\alpha + M^2_L C_V P^h_t \qquad (5.8)$$

y así sucesivamente llegaríamos a la fórmula siguiente:

$$P^h_{t+s} = M\alpha + M_L C_V M\alpha + M^2_L C^2_V M\alpha + M^3_L C^3_V M\alpha + \\ + \dots + M^{s-1}_L C^{s-1}_V M\alpha + M^s_L C^{1-s}_V P_t^h \qquad (5.9)$$

P^h_{t+s} = vector de incrementos de precios en el período t + s.

Diversos autores han demostrado que este tipo de procesos es convergente, y que calculando los primeros términos de (5.9) es suficiente. Una de las demostraciones más interesantes a este respcto es la de P. Norregaard Rasmussen. Esta convergencia permite por tanto una aplicación viable de este tipo de cálculos para determinar la importancia del proceso de inflación en espiral desencadenado por la subida exógena inicial del h_1% de los precios del sector agrario.

CONSIDERACIONES FINALES

Consideramos interesantes antes de finalizar el trabajo realizar una serie de observaciones necesarias para la correcta interpretación de los resultados que pueden obtenerse con la aplicación de los modelos expuestos. Los modelos desarrollados no tienen en cuenta todas las variables que intervienen en el mecanismo de formación de precios de una economía. Por el contrario estos modelos se limitan a reflejar unas relaciones funcionales estáticas entre los precios de los distintos sectores. En definitiva lo que estos modelos permiten es la evaluación de la responsabilidad de un sector y su contribución en cuanto a los efectos de una inflación de costos.

Naturalmente los efectos debidos a la situación de la Balanza de Pagos o aquellos que obedecen a ciertas medidas de Política Económica se escapan de modo visible al análisis input-output desarrollado aquí. Por consiguiente los modelos descritos no pueden utilizarse para predecir el alza de precios que se producirá realmente en una economía como consecuencia de incrementos de precios en uno o varios sectores. Para ello sería necesario un modelo que explicara la formación de los precios de los distintos sectores de una economía así como sus movimientos. Lo cual sería muy complejo en especial teniendo en cuenta la interferencia de la política económica en estos mecanismos.

Ahora bien, aunque las conclusiones que pueden extraerse de los modelos basados en el sistema input-output no tengan valor predictivo y ni siquiera explicativo del comportamiento general de los movimientos de los precios de los sectores de una economía, es evidente que tienen un gran interés y valor cuando se quiere ponderar la influencia de las alzas de precios de un sector en el plano de la inflación de costos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrícolas.
Universidad Politécnica de Madrid.

BIBLIOGRAFIA

AUKRUST, O.: «A model of the price and income distribution mechanism of an open economy». The Review of *Income and Wealth*. March 1970. Series 16, n.º 1, pp. 57-78.

C. E. E.: «L'influence economique des prix de l'energie». Revue *Etudes* (serie economie et finances, 4). Bruxelles, 1966.

FRIEDLAENDER, A. I.: «Indirect taxes and relative prices». Quarterly Journal of economics 1968, pp. 125-139.

GLEJSER, H.: Un modele partiel des prix, des salaires et de l'emploi en Belgique. Cathiers economiques de Bruxelles, 1967, n.º 35, pp. 299-320.

PAYNO, J. A.: «El análisis tipológico a través de las tablas intersectoriales». *Anales de Economía,* C.S.I.C., n.º 14, Abril-Junio 1972.

RASMUSSEN, P. N.: Relaciones intersectoriales. Trad. Iluminada García. Ed. Aguilar, Madrid, 1963.

SEGURA, J.: «Análisis de precios, costes y regional. Algunos problemas metodológicos del modelo input-output». *Estadística Española,* n.º 41, octubre-diciembre 1968, pp. 21-42.

SEKERKA, B.; KYN, O.; HEJL, L.: Price systems computable from input-output coefficients, en Contributions to Input-Output Analysis, Proceedings of the Fourth Internaional Conference on Input-Output Techniques, Geneva 1968, Edit. by A. Brody and A. Carter, North-Holland, Amsterdam 1970, vol. 2, pp. 183-204.

STONE, R.: Input-output and National Acconts. París, O.E.E.C., junio 1961, pp. 21-31.

TARSHIS, L.: Factor Inputs and International Price Comparisons en The Allocation of Economic Resaurces. Stanford University Press, 1959.

THEIL, H. and TILANUS, C. B.: «The Demand for Production Factors and the Price Sensitivity of Input-Output Predictions». International Economic Review, vol. 5, 1964, pp. 258-272.